

YIG Quant

Three-Factor Model

Yonsei Investment Group

박성우, 유현우, 황희원

Nov 2023

Table of Contents:

1_Limitations of CAPM

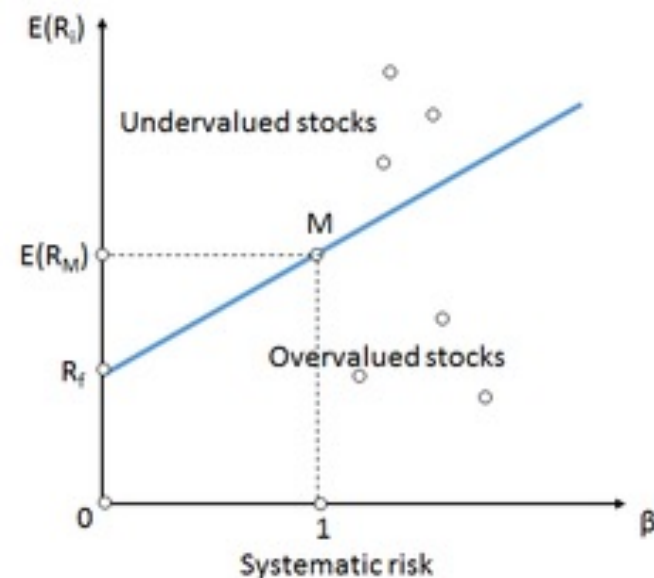
2_Fama-French Three-Factor Model

3_Application in Korean Equity Market

Limitations of CAPM

1

$$R_i = R_f + \beta_i * (R_m - R_f)$$



- Asset-pricing 모델 → 주식의 이론적 적정가(적정 수익률)를 도출해주는 공식이다
- CAPM 논리의 핵심: 모든 자산의 가격(수익률)은 그 자산의 “beta”로 결정된다
- Beta: 시장대비 변동성에 대한 수치 (시장의 beta는 1, 이때 주식 A의 beta가 2면 주가가 시장이 움직이는 정도의 2배만큼 움직임)
- CAPM 공식을 그래프화 → Securities Market Line (SML)
- CAPM의 유효성은 β 의 유효성에 기반을 둔다

Limitations of CAPM

Limitations in β

사이즈(시총) 기준 정렬로 확인할 수 있는 β 와 수익률의 상관관계

	1A	1B	2	3	4	5	6	7	8	9	10A	10B
Panel A: Portfolios Formed on Size												
Return	1.64	1.16	1.29	1.24	1.25	1.29	1.17	1.07	1.10	0.95	0.88	0.90
β	1.44	1.44	1.39	1.34	1.33	1.24	1.22	1.16	1.08	1.02	0.95	0.90
ln(ME)	1.98	3.18	3.63	4.10	4.50	4.89	5.30	5.73	6.24	6.82	7.39	8.44
ln(BE/ME)	-0.01	-0.21	-0.23	-0.26	-0.32	-0.36	-0.36	-0.44	-0.40	-0.42	-0.51	-0.65
ln(A/ME)	0.73	0.50	0.46	0.43	0.37	0.32	0.32	0.24	0.29	0.27	0.17	-0.03
ln(A/BE)	0.75	0.71	0.69	0.69	0.68	0.67	0.68	0.67	0.69	0.70	0.68	0.62
E/P dummy	0.26	0.14	0.11	0.09	0.06	0.04	0.04	0.03	0.03	0.02	0.02	0.01
E(+)/P	0.09	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.09	0.09
Firms	772	189	236	170	144	140	128	125	119	114	60	64

- 포트폴리오를 사이즈(시총) 기준으로 정렬하면 beta와 수익률의 양의 상관관계를 확인할 수 있다 → CAPM 지지?
- 하지만 사이즈와 beta간 상관관계가 이미 존재한다 (small → high beta)
- 즉, 엄밀히 말하자면 “사이즈와 연동된 베타”가 수익률과 연관성이 있다

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. “The Cross-Section of Expected Stock Returns.”, YIG

Limitations of CAPM

Limitations in β

사이즈와 β 기준 정렬(two-pass sort)로 확인할 수 있는 β 와 수익률의 미비한 상관관계

	All	Low- β	β -2	β -3	β -4	β -5	β -6	β -7	β -8	β -9	High- β
Panel A: Average Monthly Returns (in Percent)											
All	1.25	1.34	1.29	1.36	1.31	1.33	1.28	1.24	1.21	1.25	1.14
Small-ME	1.52	1.71	1.57	1.79	1.61	1.50	1.50	1.37	1.63	1.50	1.42
ME-2	1.29	1.25	1.42	1.36	1.39	1.65	1.61	1.37	1.31	1.34	1.11
ME-3	1.24	1.12	1.31	1.17	1.70	1.29	1.10	1.31	1.36	1.26	0.76
ME-4	1.25	1.27	1.13	1.54	1.06	1.34	1.06	1.41	1.17	1.35	0.98
ME-5	1.29	1.34	1.42	1.39	1.48	1.42	1.18	1.13	1.27	1.18	1.08
ME-6	1.17	1.08	1.53	1.27	1.15	1.20	1.21	1.18	1.04	1.07	1.02
ME-7	1.07	0.95	1.21	1.26	1.09	1.18	1.11	1.24	0.62	1.32	0.76
ME-8	1.10	1.09	1.05	1.37	1.20	1.27	0.98	1.18	1.02	1.01	0.94
ME-9	0.95	0.98	0.88	1.02	1.14	1.07	1.23	0.94	0.82	0.88	0.59
Large-ME	0.89	1.01	0.93	1.10	0.94	0.93	0.89	1.03	0.71	0.74	0.56

- 수익률과 (사이즈와 독립적인) β 의 상관관계는 유의한 상관관계를 보이지 않는다
- 즉, “사이즈와 독립적인 베타”만으로는 수익률을 설명할 수 없다 → CAPM 반박

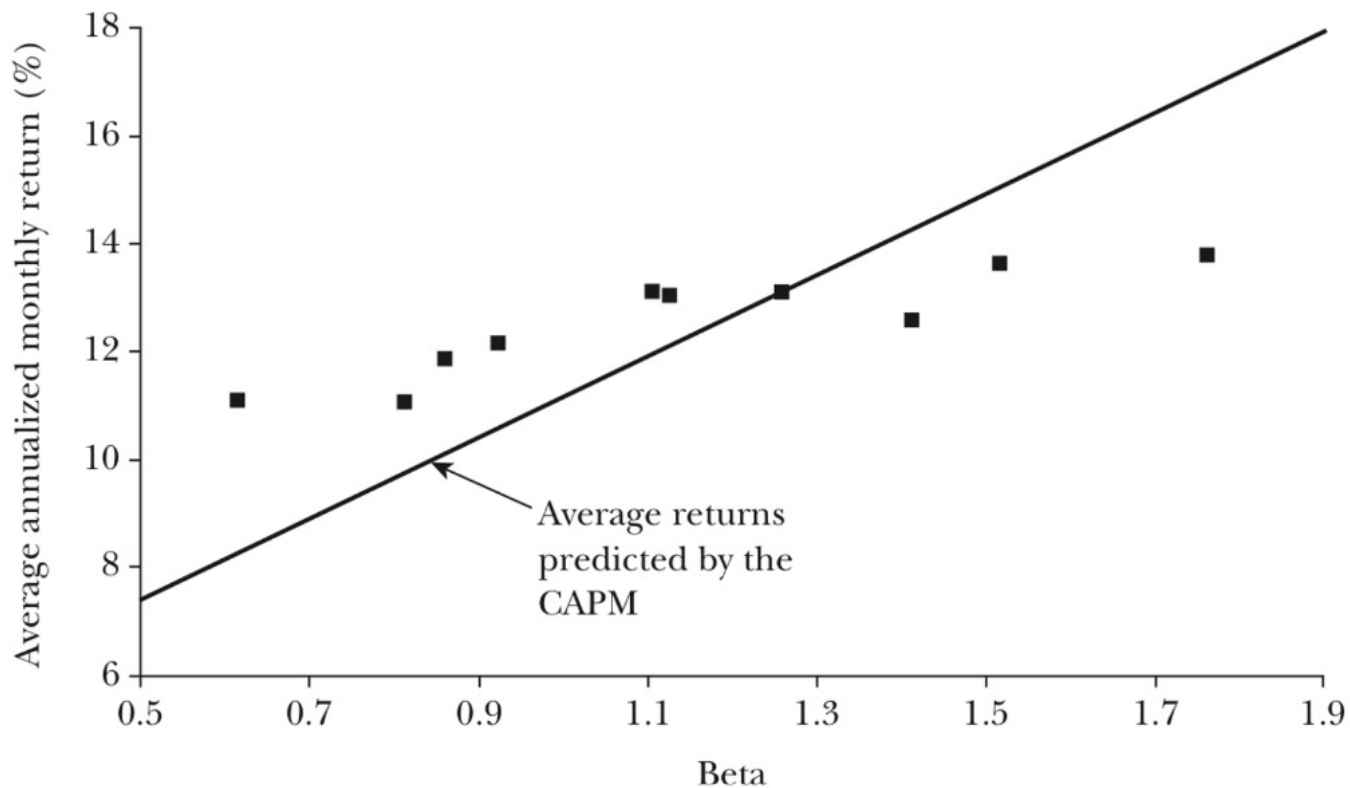
Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. “The Cross-Section of Expected Stock Returns.”, YIG

Limitations of CAPM

Limitations in β

수익률과 (사이즈와 독립적인) β 의 상관관계는 CAPM이 예측한 것보다 훨씬 "flat"하다

Average Annualized Monthly Return versus Beta for Value Weight Portfolios Formed on Prior Beta, 1928–2003



Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence.", YIG

Fama–French Three–Factor Model

2

Introduction to Theory

그럼 β 를 보완할 팩터는 무엇인가?

- Size (시총) - Banz (1981)
- BE/ME (PBR의 반대) - Stratman (1980)
- E/P (PER의 반대) - Basu (1977)
- Leverage (Debt-equity ratio) - Bhandari (1988)
- ...

Fama-French Three-Factor Model

Introduction to Theory

Eugene Fama, Kenneth French



Three-Factor Model 공식

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(T) + hHML(t) + e(t)$$

- $R - R_f$: 특정 포트폴리오의 초과수익률
- $R_M - R_f$: 시장 초과수익률
- SMB : 대형주 대비 소형주 프리미엄 (사이즈 팩터)
- HML : 고밸류주 대비 저밸류주 프리미엄 (BE/ME 팩터)

- 1992-3년 유진 파마와 케네스 프렌치가 주식 수익률을 표현하기 위해 만든 통계적 모델
- 3가지 팩터: 1) 시장 초과 수익률, 2) 사이즈 팩터, 3) BE/ME 팩터를 주장함
- 2013 노벨 경제학상을 수상함 (자산 가격에 대한 실증적 분석)

Source: Carbon Financial, YIG

Introduction to Theory

시작은 Size, BE/ME, EP, Leverage 팩터를 모두 고려

기울기(수익률에 대한)

t-stat
(절대값이 클수록 기울기가 유의미)

beta와 size에 대한
multivariate regression

β	ln(ME)	ln(BE/ME)	ln(A/ME)	ln(A/BE)	E/P Dummy	E(+)/P
0.15 (0.46)	-0.15 (-2.58)					
-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)					
		0.50 (5.71)				
			0.50 (5.69)	-0.57 (-5.34)		
					0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
	-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)				
	-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)	-0.50 (-4.56)		
	-0.16 (-3.06)				0.06 (0.38)	2.99 (3.04)
	-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)			-0.14 (-0.90)	0.87 (1.23)
	-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)	-0.46 (-4.45)	-0.08 (-0.56)	1.15 (1.57)

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

Fama–French Three–Factor Model

Introduction to Theory

Size 팩터

β	ln(ME)	ln(BE/ME)	ln(A/ME)	ln(A/BE)	E/P Dummy	E(+)/P
0.15 (0.46)	-0.15 (-2.58)					
-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)					
		0.50 (5.71)				
			0.50 (5.69)	-0.57 (-5.34)		
					0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
	-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)				
	-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)	-0.50 (-4.56)		
	-0.16 (-3.06)				0.06 (0.38)	2.99 (3.04)
	-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)			-0.14 (-0.90)	0.87 (1.23)
	-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)	-0.46 (-4.45)	-0.08 (-0.56)	1.15 (1.57)

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

Fama–French Three-Factor Model

Introduction to Theory

BE/ME 팩터

β	$\ln(\text{ME})$	$\ln(\text{BE/ME})$	$\ln(\text{A/ME})$	$\ln(\text{A/BE})$	E/P Dummy	E(+)/P
0.15 (0.46)						
	-0.15 (-2.58)					
-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)					
		0.50 (5.71)				
			0.50 (5.69)	-0.57 (-5.34)		
					0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
	-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)				
	-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)	-0.50 (-4.56)		
	-0.16 (-3.06)				0.06 (0.38)	2.99 (3.04)
	-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)			-0.14 (-0.90)	0.87 (1.23)
	-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)	-0.46 (-4.45)	-0.08 (-0.56)	1.15 (1.57)

*ln(ME) data
when with ln(BE/ME)*

*high t-stat
shows BE/ME
doesn't explain
size effect*

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

Fama-French Three-Factor Model

Introduction to Theory

Leverage 팩터

β	$\ln(ME)$	$\ln(BE/ME) = \ln(A/ME) - \ln(A/BE)$		E/P Dummy	E(+)/P
0.15 (0.46)					
	-0.15 (-2.58)				
-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)				
		0.50 (5.71)			
			0.50 (5.69)		
			-0.57 (-5.34)		
				0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
	-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)			
	-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)		
			-0.50 (-4.56)		
	-0.16 (-3.06)			0.06 (0.38)	2.99 (3.04)
	-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)		-0.14 (-0.90)	0.87 (1.23)
	-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)	-0.08 (-0.56)	1.15 (1.57)
			-0.46 (-4.45)		

$$y = a * \ln(A/ME) - a * \ln(A/BE)$$

$$y = a[\ln(A/ME) - \ln(A/BE)]$$

$$y = a[\ln(BE/ME)]$$

opposite signs

similar in
abs. vals.

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

Fama-French Three-Factor Model

Introduction to Theory

E/P 팩터

β	$\ln(\text{ME})$	$\ln(\text{BE}/\text{ME})$	$\ln(\text{A}/\text{ME})$	$\ln(\text{A}/\text{BE})$	E/P Dummy	E(+)/P
0.15 (0.46)						
	-0.15 (-2.58)					
-0.37 (-1.21)	-0.17 (-3.41)					
		0.50 (5.71)				
			0.50 (5.69)	-0.57 (-5.34)		
					0.57 (2.28)	4.72 (4.57)
	-0.11 (-1.99)	0.35 (4.44)				
	-0.11 (-2.06)		0.35 (4.32)	-0.50 (-4.56)		
	-0.16 (-3.06)				0.06 (0.38)	2.99 (3.04)
	-0.13 (-2.47)	0.33 (4.46)			-0.14 (-0.90)	0.87 (1.23)
	-0.13 (-2.47)		0.32 (4.28)	-0.46 (-4.45)	-0.56 (-0.56)	1.18 (1.57)

when regressed
w/ size,
t-stat killed

regressed w/ size
and BE/ME :
- dummy killed
- E(+)/P slope killed

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns.", YIG

- Beta 자체로만은 수익률을 설명할 수 없다
- Leverage 팩터는 BE/ME 팩터의 영향에 흡수된다
- E/P 팩터는 사이즈와 BE/ME 팩터에 흡수된다
- 주식의 수익률은 사이즈, BE/ME 팩터에 의해 설명될 수 있다

Fama-French Three-Factor Model

Introduction to Theory

Summary

	positive corr. Book-to-Market Portfolios →										High
	All	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	
All	1.23	0.64	0.98	1.06	1.17	1.24	1.26	1.39	1.40	1.50	1.63
Small-ME	1.47	0.70	1.14	1.20	1.43	1.56	1.51	1.70	1.71	1.82	1.92
ME-2	1.22	0.43	1.05	0.96	1.19	1.33	1.19	1.58	1.28	1.43	1.79
ME-3	1.22	0.56	0.88	1.23	0.95	1.36	1.30	1.30	1.40	1.54	1.60
ME-4	1.19	0.39	0.72	1.06	1.36	1.13	1.21	1.34	1.59	1.51	1.47
ME-5	1.24	0.88	0.65	1.08	1.47	1.13	1.43	1.44	1.26	1.52	1.49
ME-6	1.15	0.70	0.98	1.14	1.23	0.94	1.27	1.19	1.19	1.24	1.50
ME-7	1.07	0.95	1.00	0.99	0.83	0.99	1.13	0.99	1.16	1.10	1.47
ME-8	1.08	0.66	1.13	0.91	0.95	0.99	1.01	1.15	1.05	1.29	1.55
ME-9	0.95	0.44	0.89	0.92	1.00	1.05	0.93	0.82	1.11	1.04	1.22
Large-ME	0.89	0.93	0.88	0.84	0.71	0.79	0.83	0.81	0.96	0.97	1.18

controlling for size, book-to-market equity captures strong variation in average returns, and controlling for book-to-market equity leaves a size effect in average returns.

Introduction to Theory

Model Equation

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(T) + hHML(t) + e(t)$$

- 사이즈 팩터를 SMB로 표현 → “Small Minus Big” 대형주 대비 소형주 프리미엄
- 기울기 s 를 회귀분석으로 도출해 특정 포트폴리오 수익률에 사이즈 팩터가 얼마나 반영되는지 확인 (“Small” 포트면 s 가 커서 SMB 프리미엄 많이 반영)
- BE/ME(밸류) 팩터를 HML로 표현 → “High Minus Low” 고밸류주 대비 저밸류주 프리미엄
- 기울기 h 를 회귀분석으로 도출해 특정 포트폴리오 수익률에 밸류 팩터가 얼마나 반영되는지 확인 (“High value” 포트 → $\uparrow$ BE/ME면 h 가 커서 HML 프리미엄 많이 반영)

Source: Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. “The Cross–Section of Expected Stock Returns.”, YIG

Application in Korean Equity Market

3

Application in Korean Equity Market

Implementation Setup

- 분석기간: 2000/1 ~ 2023/11 (287개월)
- 모델(회귀분석)식

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(T) + hHML(t) + e(t)$$

- 종속변수 설정
 - R : 특정 포트폴리오의 수익률
 - R_f : 무위험수익률(이자율)
 - 매월 월초 기준의 CD 91일물 금리
 - CD금리 없는 94년 6월 이전 기간은 콜금리 사용
 - $R - R_f$: 특정 포트폴리오의 초과수익률 (종속변수)
 - 25개 주식 포트폴리오 (사이즈, BE/ME의 5x5)
 - 정석:
 - 매 t년 6월 말에 포트폴리오 리밸런싱
 - 사이즈(시총) 수치는 t년 6월 말 수치
 - BE/ME 수치는 t-1년 중 끝나는 결산 재무제표의 순자산을 t-1년 12월 말 시총을 나눈 값을 사용
 - 1. 우선 사이즈 변수로 KOSPI 종목 기준 20%씩 5개 그룹으로 구분
 - 2. KOSPI, KOSDAQ 전종목을 해당되는 사이즈 그룹에 할당
 - 3. 각 사이즈 그룹 내에서 BE/ME 별로 5개 그룹으로 세분화
 - 4. 총 25개의 포트폴리오 형성
 - 포트폴리오 수익률은 동일가중 방식 사용
 - 야매:
 - DataGuide의 3 Factor Model 인덱스군 중 Size & Book Value (5x5) 인덱스 수치 사용
- 설명변수 설정
 - R_M : 시장 포트폴리오 수익률
 - KOSPI, KOSDAQ 수익률 가중평균
 - 월별은 KOSPI, KOSDAQ의 월별수익률을 전월 말 시총 비율로 가중평균
 - $R_M - R_f$: 시장 포트폴리오의 초과수익률 (시장초과수익률 팩터)
 - SMB : 대형주 대비 소형주 프리미엄 (사이즈 팩터)
 - 정석:
 - 주식시장 전종목을 사이즈 기준 50:50으로 나누어 S(Small)와 B(Big) 그룹으로 구분
 - 주식시장 전종목을 BE/ME 기준 30:40:30으로 나누어 L(Low), M(Middle), H(High) 그룹으로 구분
 - 2x3=6개의 SL, SM, SH, BL, BM, BH 포트폴리오 형성
 - 야매:
 - DataGuide의 3 Factor Model 인덱스군 중 Size & Book Value (2x3) 인덱스 수치 사용
 - HML : 고밸류주 대비 저밸류주 프리미엄 (BE/ME 팩터)
 - 2x3 포트폴리오에서 $(SL+SM+SH)/3 - (BL+BM+BH)/3$ 을 계산한 수익률
 - b : $R_M - R_f$ 설명변수의 기울기
 - s : SMB 설명변수의 기울기
 - h : HML 설명변수의 기울기
 - a : 절편
 - e : residual (error term)
- 위 회귀분석의 설명력이 높은 것으로 나오면 (R^2 값이 높으면) 주식의 수익률 변화가 3가지 팩터에 의해 잘 설명된다는 뜻 → 위 3 팩터가 주식의 수익률을 결정한다

Source: 김동영. “3 팩터 모델의 한국시장 분석 (후편).”, YIG

Application in Korean Equity Market

Implementation: Excel

AutoSave										3 Factor Final — Saved									
Home Insert Draw Page Layout Formulas Data Review View Automate Developer Acrobat Tell me																			
Calibri (Body) 11 A A										Normal Bad Good Neutral Calculation									
B I U										Check Cell Explanatory T. Input Linked Cell Note									
Merge & Center										Insert Delete Format									
%										AutoSum Fill Sort & Filter Find & Select Analyze Data Create PDF and share link									
AK44																			